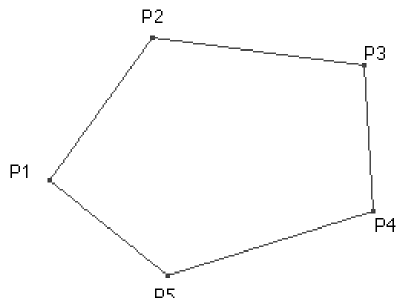
POLÍGONOS, CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO

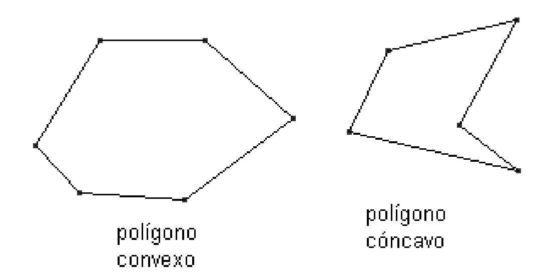
POLÍGONOS

Polígono es la figura plana cerrada formada por n segmentos $\overline{P_1P_2}, \overline{P_2P_3}, \overline{P_3P_4}, ..., \overline{P_nP_1}$ $(n \geq 3)$ llamados **lados**, los puntos $P_1, P_2, ...P_n$ se llaman **vértices**.



El ángulo formado por dos lados adyacentes y que está en el interior del polígonos se llama **ángulo interior**.

Diagonal de un polígono es el segmento que une dos vértices no consecutivos.



Diremos que un polígono es **convexo** si cada ángulo interior es menor que 180º.
Un polígono es **cóncavo** si no es convexo.

Los polígonos convexos según el número de lados se llaman: triángulo, cuadrilátero, pentágono, hexágono, etc.

Propiedades:

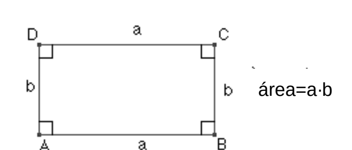
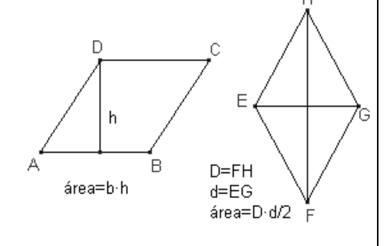
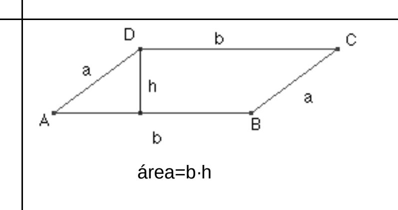
La suma de los ángulos interiores de un polígono convexo de n lados es: $180º(n-2)$

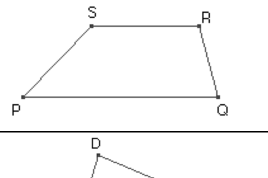
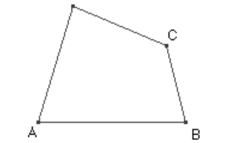
El número de diagonales de un polígono convexo es $\frac{n \cdot (n-3)}{2}$

CUADRILÁTEROS.

Un **cuadrilátero** es un polígono convexo de 4 lados.

Clasificación:

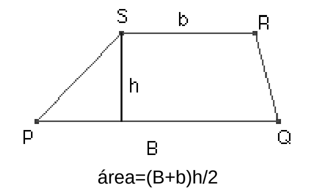
	Cuadrado si tiene los 4 lados y los 4 ángulos iguales.	D c C c c A c B área=c^2
	Rectángulo si tiene los 4 ángulos iguales y los lados iguales 2 a 2.	
Paralelogramos si tienen los lados opuestos paralelos,	**Rombo** si tiene los 4 lados iguales y los ángulos son iguales 2 a 2.	
	Romboide si tiene el lados y los ángulos iguales 2 a 2.	

No paralelogramos si no tienen los lados opuestos paralelos	**Trapecio** si tienen dos lados opuestos paralelos.	
	Trapezoide si ninguno de los lados opuestos son paralelos.	

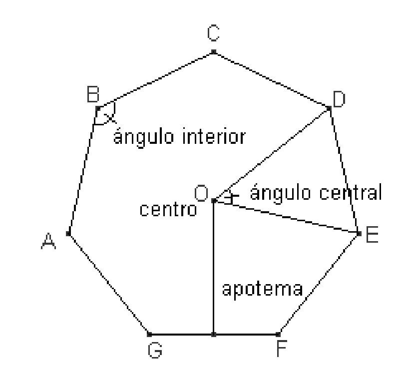
El área de un paralelogramo es $S = \text{base} \times \text{altura}$

El área de un trapecio es:

$$S = \frac{(\text{Base major} + \text{base menor}) \times \text{altura}}{2} = \frac{(B+b)h}{2}$$



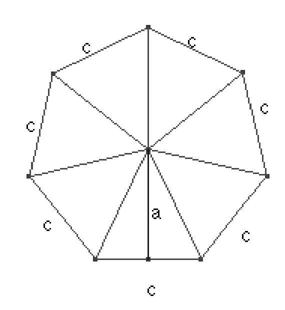
POLÍGONOS REGULAReS



Polígono regular es el que tiene los lados y los ángulos interiores iguales.

La **apotema** del polígono regular es el segmento que une el centro del polígono con el punto medio de un lado.

El ángulo central de un polígono regular de n lados mide: $\frac{360º}{n}$

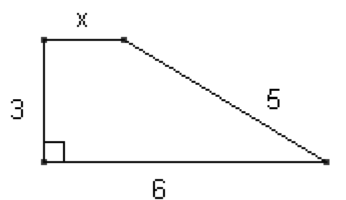


Área de un polígono regular

$$S = \frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2} = \frac{p \cdot a}{2}$$

Ejercicios de autoaprendizaje

a) Calcula el perímetro y el área del trapecio rectángulo



Observamos que el trapecio rectangular se puede dividir en un rectángulo y un triángulo rectangular.

Aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo rectangular:

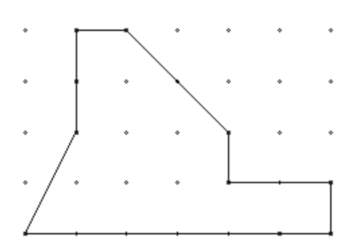
$5^2 = 3^2 + (6-x)^2$, $\quad 25 = 9 + 36 - 12x + x^2$, $\quad x^2 - 12x + 20 = 0$

Resolvemos la ecuación, $x = 10, x = 2$. La solución $x = 10$ no es solución del problema ya que el lado del triángulo rectángulo sería $6 - x = -4$

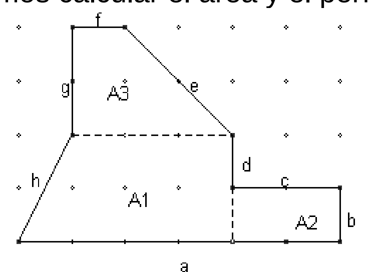
El perímetro del trapecio es $P = 6 + 5 + x + 3 = 16$

El área del trapecio es $A = \frac{(6+x)\cdot 3}{2} = \frac{(6+2)\cdot 3}{2} = 12$

b) Calcula el área y el perímetro de la figura siguiente:



Observamos que la figura está cuadriculada.
Dividiremos la figura en polígonos tales que podamos calcular el área y el perímetro:



Hemos dividido la figura en dos trapecios rectangulares y un rectángulo de bases y alturas conocidas.
El área será la suma de las áreas de los tres polígonos:

$$A = A1 + A2 + A3 = \frac{(4+3)\cdot 2}{2} + 2\cdot 1 + \frac{(3+1)\cdot 2}{2} = 13$$

El perímetro es $P = a + b + c + d + f + g + h$

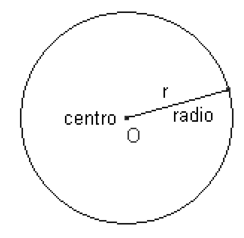
Para calcular las medidas de los segmentos e, h aplicaremos el teorema de Pitágoras.

$$e = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}, h = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

$$P = a + b + c + d + f + g + h = 6 + 1 + 2 + 1 + \sqrt{8} + 1 + 2 + \sqrt{5} = 13 + \sqrt{8} + \sqrt{5} \cong 18'06$$

CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO

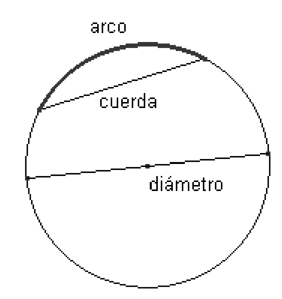
La **circunferencia** es el conjunto de todos los puntos del plano cuya la distancia de otro del plano (**centro**) es constante (**radio**).



El **círculo** es el conjunto de todos los puntos del plano cuya distancia a otro punto del plano (**centro**) es igual o menor a un segmento dado llamado **radio,** es decir, los puntos del círculo son los de la circunferencia y los interiores a la circunferencia.

Otros elementos de una circunferencia.

Cuerda es el segmento que une dos puntos de la circunferencia.
Diámetro es una cuerda que pasa por el centro.
Arco de circunferencia es cada una de las partes en que la cuerda divide la circunferencia.



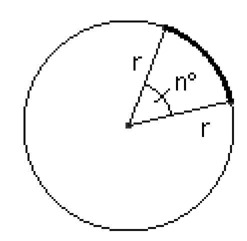
Longitud de la circunferencia

La longitud de la circunferencia y el diámetro son proporcionales y la proporción es el número $\pi \approx 3{,}141592....$

Por tanto, $L = 2 \cdot \pi \cdot r$

Área de un círculo

El área de un círculo es igual: $S = \pi \cdot r^2$



Longitud y área de figuras circulares:

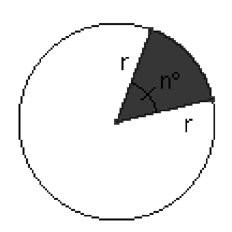
Longitud del arco de circunferencia

$$L.arco = \frac{L.circunferencia \cdot nº}{360º} = \frac{2\pi \cdot r \cdot nº}{360º}$$

Área del sector circular

Un **sector de circunferencia** es la región de círculo limitada por dos radios y un arco de circunferencia.

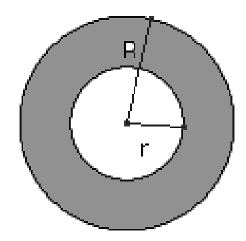
$$S_{sector} = \frac{Área\,círculo \cdot nº}{360º} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot nº}{360º}$$



Área de la corona circular

Una **corona circular** es la región de plano limitada por dos circunferencias concéntricas.

$$S_{corona} = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2 = \pi\left(R^2 - r^2\right)$$



Ejercicio de autoaprendizaje

a) Calcula el área y el perímetro de un sector circular de 30º y de radio 10.

Aplicando la fórmula el área es $A = \frac{\pi \cdot 10^2 \cdot 30º}{360º} = \frac{25 \cdot \pi}{3} \cong 26'18$

El perímetro es igual a la longitud del arco que determina el sector y los dos radios.

$$arco = \frac{2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 30º}{360º} = \frac{5 \cdot \pi}{3}$$

Por tanto el perímetro es: $P = 2r + arc = 2 \cdot 10 + \frac{5 \cdot \pi}{3} = 20 + \frac{5 \cdot \pi}{3} \cong 25'24$

Ejercicios propuestos

1. Calcula el ángulo central y el ángulo interior de los siguientes polígonos regulares:
a) Decágono. b) Dodecágono. c) Polígono de 15 lados.

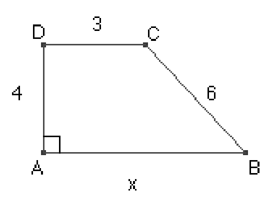
2. Calcula la suma de los ángulos interiores de un polígono convexo de 20 lados.
¿Cuántas diagonales tiene?.

3. El área de un cuadrado mesura $20 cm^2$, calcula el perímetro.

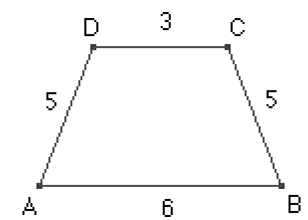
4. El área de un rectángulo es $20 cm^2$ y un lado mide 10 cm. Calcula el perímetro y la diagonal del rectángulo.

5. El área de un trapecio isósceles (los lados no paralelos iguales) es $20 cm^2$ las bases miden 7 cm, 3 cm respectivamente. Calcula la altura y el perímetro del trapecio.

6.- Determina el área y el perímetro del siguiente trapecio rectángulo:



7. Determina el área y la altura del siguiente trapecio isósceles:



8. Las diagonales de un rombo miden 16 cm y 12 cm respectivamente. Calcula la medida de un lado.

9. Las medidas de la circunferencia máxima de dos pelotas de fútbol oscilan entre 68 cm y 71 cm. ¿Entre qué valores varían los radios de estas pelotas?.

10. Calcula el radio de la Tierra en km, suponiéndola esférica y sabiendo que el ecuador tiene aproximadamente 40.000 km.

11. Calcula la medida de un arco de circunferencia de 45º sabiendo que el radio de la circunferencia mide 5 cm.

12. Una circunferencia de radio 5 cm tiene un arco que mide 10 cm. ¿Cuánto mide el ángulo central que abarca este arco?

13. La longitud de una circunferencia es 10 cm. Calcula el área del círculo.

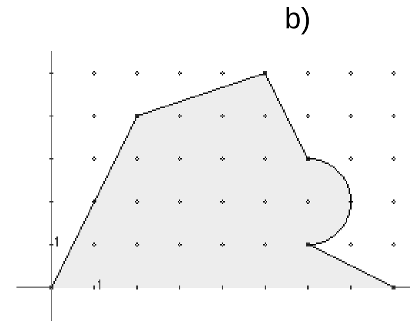
14. El área de un círculo es 20cm^2. Calcula la longitud de la circunferencia.

15. Un cuadrante de circunferencia mide 15 cm. ¿Cuánto mide el radio y el área del sector que determina?.

16. Calcula el área y el perímetro de la figura sombreada:

a)

b)



17. Calcula el área y el perímetro de la figura sombreada:

a) b) c)

A

AB=20cm

B

B

AB=20cm

A

AB=20cm

B

A

18. Calcula el área y el perímetro de la figura sombreada:

